

→ allg. Koordinaten der Punkte $C_n(x|0,25x^2+2)$

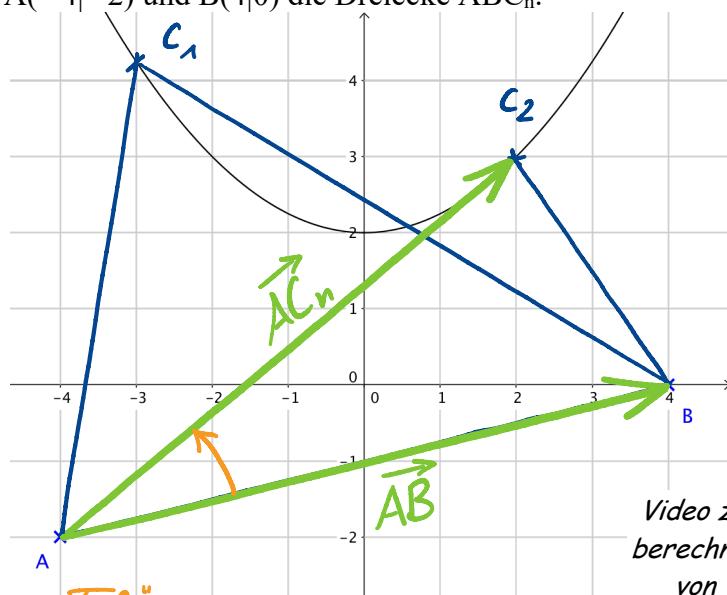
Aufgabe A3

- 3.0 Die Punkte C_n liegen auf der Parabel p mit der Gleichung $p: y = 0,25x^2 + 2$ und bilden zusammen mit den Punkten $A(-4|-2)$ und $B(4|0)$ die Dreiecke ABC_n .

- 3.1 Zeichnen Sie die Dreiecke ABC_1 für $x = -3$ und ABC_2 für $x = 2$ in nebenstehendes Koordinatensystem ein.

- 3.2 Bestätigen Sie, dass für den Vektor \vec{AC}_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:

$$\vec{AC}_n = \begin{pmatrix} x + 4 \\ 0,25x^2 + 4 \end{pmatrix}$$



Video zur Flächenberechnung mithilfe von Vektoren



"Spitze" - "Fuß"

$$\vec{AC}_n = \begin{pmatrix} x & -(-4) \\ 0,25x^2 + 2 & -(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 4 \\ 0,25x^2 + 4 \end{pmatrix}$$

- 3.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:
 $A(x) = [x^2 - x + 12] \text{ FE}$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 4 - (-4) \\ 0 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(DG beachten)

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{matrix} 8 & (x+4) \\ 2 & (0,25x^2+4) \end{matrix} \right| \text{ FE} = \frac{1}{2} \cdot [8 \cdot (0,25x^2+4) - 2 \cdot (x+4)] \text{ FE}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot [2x^2 + 32 - 2x - 8] \text{ FE} = [x^2 - x + 12] \text{ FE}$$

- 3.4 Weisen Sie durch Rechnung nach, dass unter den Dreiecken ABC_n keines mit einem Flächeninhalt von 10 FE existiert.

$$x^2 - x + 12 = 10 \quad | -10$$

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = -1$$

$$c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$\Rightarrow \text{kein Dreieck}$$

Lösungen



Zusatz:

Unter den Dreiecken ABC_n besitzt das Dreieck ABC_0 den minimalen Flächeninhalt. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC_0 und den zugehörigen Wert für x durch quadratisches Ergänzen.

Zusatzaufgabe:

$$\begin{aligned}A(x) &= x^2 - x + 12 \\&= (x^2 - 2 \cdot 0,5 \cdot x + 0,5^2) - 0,5^2 + 12 \\&= (x - 0,5)^2 + 11,75\end{aligned}$$

$$\underline{A_{\min} = 11,75 \text{ FE}} \quad \text{für} \quad \underline{x = 0,5}$$