

allg. Koordinaten der Punkte $C_n(x|0,25x^2+2)$

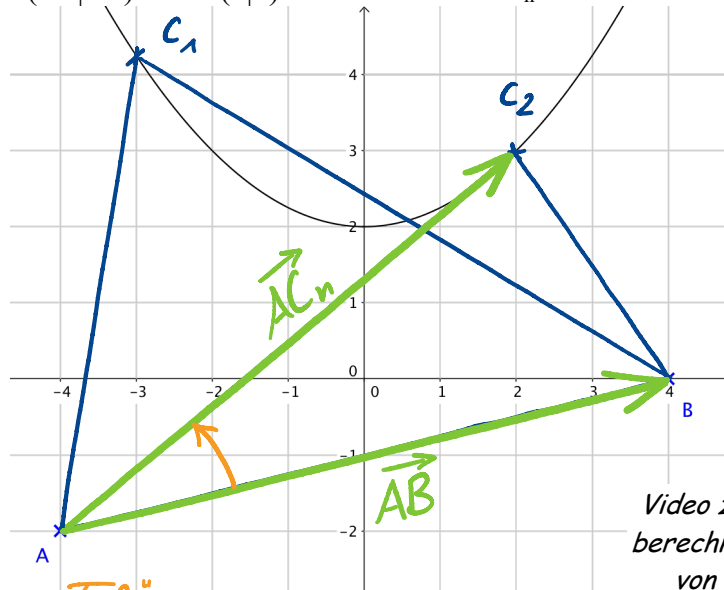
Aufgabe A3

3.0 Die Punkte C_n liegen auf der Parabel p mit der Gleichung $p: y = 0,25x^2 + 2$ und bilden zusammen mit den Punkten $A(-4|-2)$ und $B(4|0)$ die Dreiecke ABC_n .

3.1 Zeichnen Sie die Dreiecke ABC_1 für $x = -3$ und ABC_2 für $x = 2$ in nebenstehendes Koordinatensystem ein.

3.2 Bestätigen Sie, dass für den Vektor $\overrightarrow{AC_n}$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:

$$\overrightarrow{AC_n} = \begin{pmatrix} x+4 \\ 0,25x^2+4 \end{pmatrix}$$



Video zur Flächenberechnung mithilfe von Vektoren



"Spitze" - "Fuß"

$$\overrightarrow{AC_n} = \begin{pmatrix} x - (-4) \\ 0,25x^2+2 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+4 \\ 0,25x^2+4 \end{pmatrix}$$

3.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:

$$A(x) = [x^2 - x + 12] \text{ FE}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 - (-4) \\ 0 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

DG beachten

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 8 & (x+4) \\ 2 & (0,25x^2+4) \end{vmatrix} \text{ FE} = \frac{1}{2} \cdot [8 \cdot (0,25x^2+4) - 2 \cdot (x+4)] \text{ FE}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot [2x^2 + 32 - 2x - 8] \text{ FE} = [x^2 - x + 12] \text{ FE}$$

3.4 Weisen Sie durch Rechnung nach, dass unter den Dreiecken ABC_n keines mit einem Flächeninhalt von 10 FE existiert.

$$x^2 - x + 12 = 10 \quad | -10$$

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = -1$$

$$c = 2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7$$

$D < 0 \Rightarrow$ keine Lösung
 \Rightarrow kein Dreieck

Lösungen



Zusatz:

Unter den Dreiecken ABC_n besitzt das Dreieck ABC_0 den minimalen Flächeninhalt. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC_0 und den zugehörigen Wert für x durch quadratisches Ergänzen.

Zusatz:

$$\begin{aligned} A(x) &= x^2 - x + 12 \\ &= (x^2 - 2 \cdot 0,5 \cdot x + 0,5^2) - 0,5^2 + 12 \\ &= (x - 0,5)^2 + 11,75 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{A_{\min} = 11,75 \text{ FE}}} \text{ für } \underline{\underline{x = 0,5}}$$